

**ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ
ЗГИНАЛЬНИХ ДЕРЕВ'ЯНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ПІДСИЛЕНИХ
КОМПОЗИТИМИ ТА МЕТАЛЕВИМИ МАТЕРІАЛАМИ**

**DETERMINATION OF THE STRESS-DEFORMED STATE OF BENDING
WOODEN ELEMENT REINFORCED WITH COMPOSITE AND METAL**

Гомон П.С., к.т.н., доц., (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне), ORCID.ORG /0000-0002-5312-0351

Gomon P.S, Candidate of technical sciences, associate professor (National University of Water Management and Environmental Engineering, Rivne)

Обґрунтовано доцільність армування композитною арматурою розтягнутої зони деревини таальною арматурою стиснутої зони деревини згинальних елементів. Встановлено основні передумови для армування дерев'яного елементу композитними та металевими матеріалами. Описані передумови для встановлення напружено-деформований стану для дерев'яних елементів з армуванням стиснутої та розтягнутої зони. Наведено алгоритм для визначення графіку "момент-кривина" для використання різними функціями.

Wood reinforcement significantly affects the load-bearing capacity and stiffness of the elements as a whole, while affecting the reliability of the elements. At the same time, metal rods were most often used for reinforcement. Metal rods when used in a composite with wood give a very good result, increasing the rigidity and strength of structures. And also has a positive effect on the redistribution of efforts in wood without accumulating large stresses in one place. This is due to the flexibility of the wood and the rigidity of the metal fittings themselves. Among the disadvantages of such structures is their high price. However, in the era of industrial development, there is a possibility of reducing this cost. Another disadvantage of the use of reinforcement is the presence of a yield point, therefore, for beams, reinforcement of higher grades should be used, where the yield point begins at high stress levels. One of the options for improvement and improvement of such an element is the use of composite reinforcement with the highest modulus of elasticity, namely carbon reinforcement, in the stretched zone. Carbon reinforcement is the closest in terms of modulus of elasticity to steel and can replace steel, while the absence of a yield point is a big plus. However, the carbon reinforcement itself has a variable modulus of elasticity due to the composite of resin and carbon fibers. Therefore, it is best to choose carbon reinforcement with the maximum possible modulus of elasticity for structures.

Therefore, the basic prerequisites for reinforcing the wooden element with composite and metal materials have been established. Prerequisites for establishing the stress-strain state for wooden elements with compression and tension zone reinforcement are described. An algorithm for determining the "moment-curvature" graph using various functions is given.

Ключові слова:

Деревина, дерев'яний елемент, армування, деформації, вуглецева стрічка.
Wood, wood element, reinforcement, deformation, carbon tape.

Вступ. Армування деревини суттєво впливає на несучу здатність та жорсткість елементів в цілому, при цьому впливаючи на надійність елементів. В різних роботах не раз прогнозувалася робота деревини з армуванням. При цьому найчастіше використовувалась для армування металеві стержні. Металеві стержні в композиті з деревиною дають дуже хороший результат, збільшуючи жорсткість та міцність конструкцій. А також позитивно впливає на перерозподіл зусиль в деревині, не накопичуючи в одному місці великих напруг. Це зумовлене податливістю деревини та жорсткістю самої металевої арматури. З недоліків таких конструкцій є їх висока ціна, а також додаткові витрати на їх виготовлення. Проте в епоху індустріального розвитку є можливість і зниження такої вартості. Ще одним з недоліків використання арматури є наявність ділянки текучості, тому для балок слід використовувати арматуру вищих класів, де ділянка текучості починається при високих рівнях напруження. Одним з варіантів покращення, вдосконалення такого елементу є використання в розтягнутій зоні композитної арматури з максимально великим модулем пружності, а саме вуглецевої. Суміщені діаграми з діаграмою роботи деревини на стиск та розтяг показаний на рис. 1. З рисунку 1 видно, що вуглецева арматура найближча до модулі пружності сталі і може замістити сталь, при цьому великим плюсом є відсутність ділянки текучості. Проте і сама вуглецева арматура має варіативний модуль пружності, обумовлений композитом смоли і вуглецевих волокон. Тому найкраще для конструкцій обирати вуглецеву арматуру з можливо максимальним модулем пружності. При створенні таких елементів, з композицією деревини, металу та вуглецевої стрічки, виникає дуже багато запитань: в якому співвідношенні брати арматуру та стрічку для оптимальної роботи, наскільки збільшиться жорсткість елементу, а також його несуча здатність. На даний момент уже присутні дослідження, які виконувались Сурмаєм М.І. [1], Поліщуком М.В. [2, 3], De la Rosa García Р. [4], Wdowiak A. [5] були випробовані деревяні зразки, які армувались арматурою та композитною стрічкою.

В попередніх роботах вже було проаналізовано застосування різних матеріалів для підсилення дерев'яних елементів [6] та проведені певні експериментально-теоретичні дослідження [7-13].

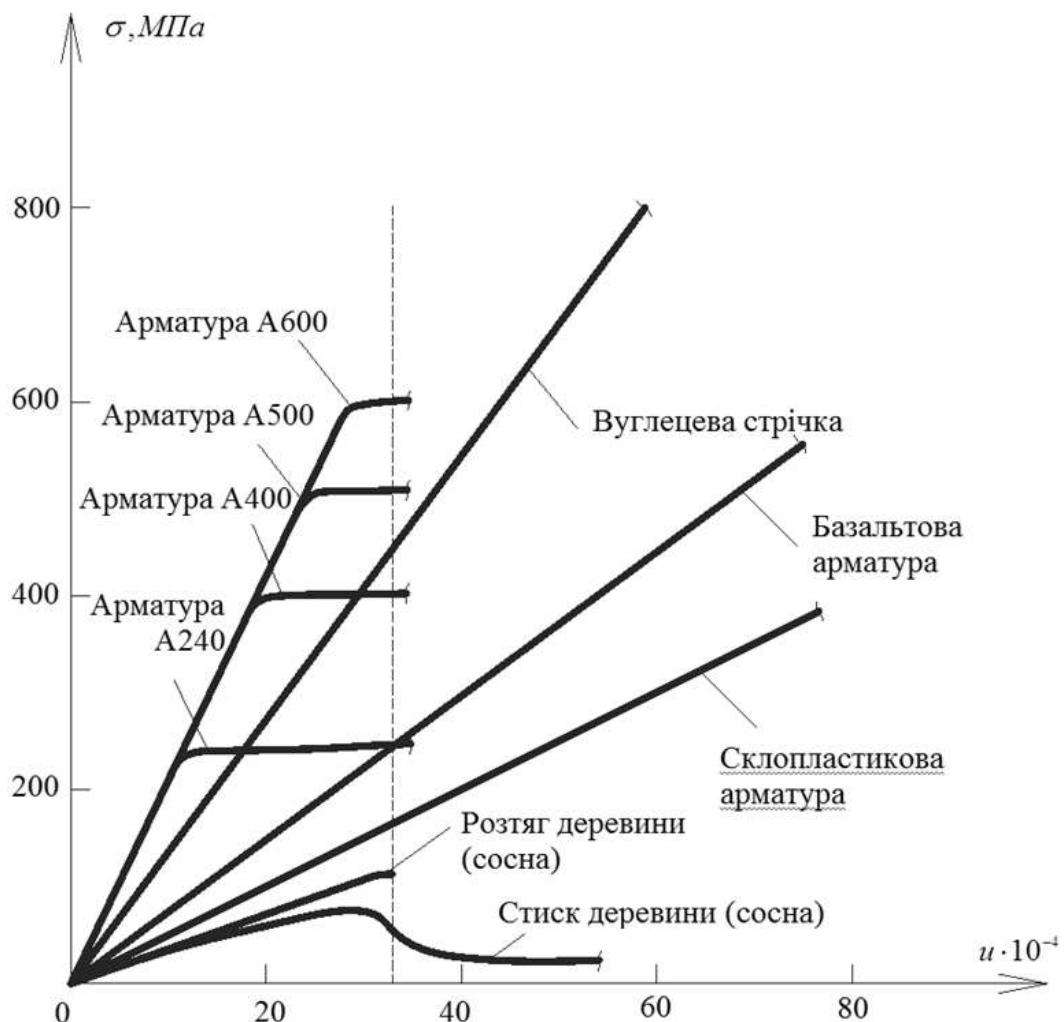


Рис. 1. Суміщені оптимізовані діаграми деформування різних матеріалів, що використовуються в композитній деревині

Проте в дослідженнях відсутній універсальний підхід для визначення жорсткості, несучої здатності, а також не надані пропозиції для проектування таких елементів. Для створення універсального підходу до визначення вище згаданих характеристик елементу слід кожного разу визначати напруженодеформований стан елементу, в даному випадку згинального. Саме основу для цього визначення описано в статті.

Постановка завдання. Встановлення сумісності роботи деревини з сталевою та композитною арматурою в балках, які працюють за поперечного згину.

Викладення основного матеріалу. Розглянемо напруженодеформований стан згинального дерев'яного елементу підсиленого вуглецевою стрічкою та металевою арматурою. Приймемо, що міцнісні характеристики матеріалів попередньо визначені та описані функціями (1-4). Враховуючи те, що ці функції є апроксимацією дійсної роботи матеріалів - це дозволяє збільшити точність розрахунку. Для визначення напруженодеформованого стану поперечного перерізу підсиленого елементу задамося

двою функціями «напруження – деформації» перша стиску ($f_{w,c}(u_{w,c})$) та друга розтягу ($f_{w,t}(u_{w,t})$). Функцію роботи металу при стиску ($f_{s,c}(u_{s,c})$) та функцією розтягу вуглецевої стрічки ($f_{carb}(u_{carb})$) відповідно 3 та 4

$$\sigma_{w,c} = f_{w,c}(u_{w,c}) \quad (1)$$

$$\sigma_{w,t} = f_{w,t}(u_{w,t}) \quad (2)$$

$$\sigma_{s,c} = f_{s,c}(u_{s,c}) \quad (3)$$

$$\sigma_{carb} = f_{carb}(u_{carb}) \quad (4)$$

$\sigma_{w,c}$, $\sigma_{w,t}$, $\sigma_{s,c}$, σ_{carb} - напруження, що виникають в деревині, сталі, вуглецевій стрічці.

$u_{w,c}$, $u_{w,t}$, $u_{s,c}$, u_{carb} - відносні деформації, що виникають в деревині, сталі, вуглецевій стрічці.

Для армованого згинального елементу система рівнянь рівноваги має вигляд:

$$\begin{cases} \sum N_{x,arm} = 0; \\ \sum M_{z,arm} = 0; \end{cases} \quad (5)$$

Напружене-деформований стан для згинального дерев'яного елементу армованого арматурою та вуглецевою стрічкою має вигляд (Рис. 2).

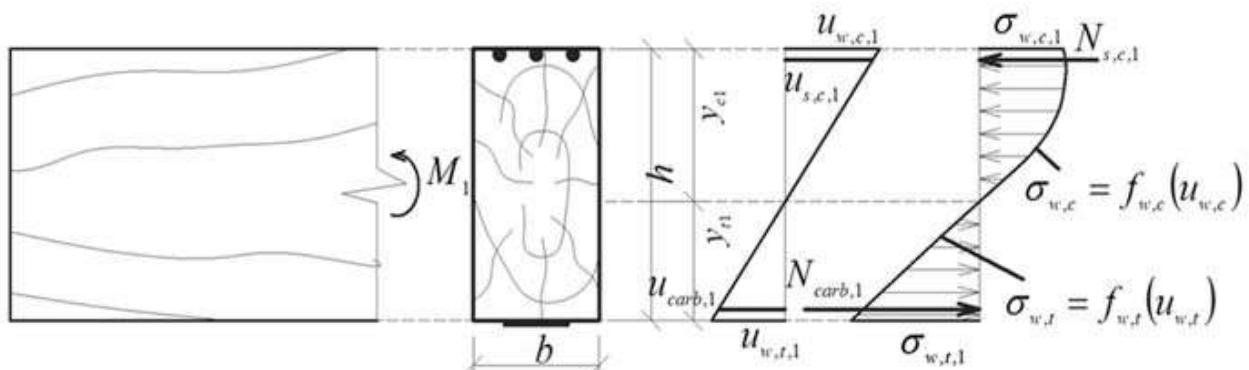


Рис. 2 Напружене-деформований стан підсиленого згинального дерев'яного елементу сталовою арматурою та вуглецевою стрічкою

Враховуючи те, що напруження виникає одночасно в деревині, металі та вуглецевій стрічці система рівнянь рівноваги (5) буде мати наступний вигляд

$$\begin{cases} N_{w,c} + N_{s,c} - N_{w,t} - N_{carb} = 0; \\ M_i - M_{w,c} - M_{w,t} - M_{s,c} - M_{carb} = 0; \end{cases} \quad (6)$$

де $N_{w,c}$, $N_{w,t}$, $N_{s,c}$, N_{carb} – рівнодіючі внутрішніх зусиль у стиснутій та розтягнутій зонах поперечного перерізу; $M_{w,c}$ і $M_{w,t}$ – згинальні моменти,

які виникли в деревині від дії зовнішнього моменту M_i ; $M_{s,c}$ і M_{carb} – згинальні моменти, які виникають від дії зовнішнього моменту M_i , відповідно у стиснутій арматурі та вуглецевій стрічці.

Напруження, які виникають в нормальному перерізі згинального елемента, з врахуванням функцій деформування деревини [14]

$$N_{w,c} = b \cdot y_c \int_0^{u_c} f_{w,c}(u_{w,c}) \frac{1}{u_c} du - A_{s,c} f_{w,c}(u_{s,c}); \quad (7)$$

$$N_{w,t} = b \cdot y_t \int_0^{u_t} f_{w,t}(u_{w,t}) \frac{1}{u_t} du; \quad (8)$$

$$M_{w,c} = b \cdot y_c^2 \int_0^{u_c} \frac{u}{u_c^2} f_{w,c}(u_{w,c}) du - A_{s,c} f_{w,c}(u_{s,c}) y_{s,c}; \quad (9)$$

$$M_{w,t} = b \cdot y_t^2 \int_0^{u_t} \frac{u_{w,t}}{u_t^2} f_{w,t}(u_{w,t}) du. \quad (10)$$

Значення внутрішніх зусиль що сприймає підсилення металом в стиснутій та розтягнутій зоні буде рівним:

$$N_{s,c} = A_{s,c} f_{s,c}(u_{s,c}) \quad (11)$$

$$N_{carb} = A_{carb} f_{carb}(u_{carb}) \quad (12)$$

де $A_{s,c}, A_{carb}$ – площа поперечного перізу елементів підсилення відповідно арматурою та стрічкою; $u_{s,c}, u_{carb}$ – відносні деформації в елементах підсилення.

Значення згинального моменту, що сприймає металеве підсилення в стиснутій та розтягнутій зонах буде рівним

$$M_{s,c} = N_{s,c} y_{s,c} = A_{s,c} f_{s,c}(u_{s,c}) y_{s,c} \quad (13)$$

$$M_{carb} = N_{carb} y_{carb} = A_{carb} f_{carb}(u_{carb}) y_{carb} \quad (14)$$

де $y_{s,c}, y_{carb}$ - відстань від нейтральної лінії до сили, яку сприймає елементи підсилення.

Встановлення напружено-деформованого стану найкраще виконувати з побудовою графіку «момент–кривина». Саме ця методика дає змогу пізніше встановити напружено-деформований стан елементу при різних рівнях завантаження. Алгоритм для побудови графіку наведений на Рис. 3.

Задаємся: h , b , $\sigma_{z,c} = f_{z,c}(u_{z,c})$, $\sigma_{z,t} = f_{z,t}(u_{z,t})$, $\sigma_{w,c} = f_{w,c}(u_{w,c})$, $\sigma_{carb} = f_{carb}(u_{carb})$, $A_{z,c}$, $A_{carb,f}$, $y_{z,c}$, $y_{z,t}$ - відстань від краю згинального елемента до центру підсилюючого елемента (арматури та вуглецевої стрічки);
Встановимо початкову кривину $\xi_1 = 1 \cdot 10^{-6}$ та цикл рівноваги $i = 1$.

Задаємося значенням нейтральної лінії $y_{c,0} = y_{t,0} = 0,5h$,
та початковим етапом обрахунку $n = 0$ (n -лічильник циклів).

$n = n + 1$ якщо

$$N_{w,c} + N_{z,c} > N_{w,t} + N_{carb}$$

$$y_{z,n} = y_{z,n-1} - 0,01h$$

$$y_{t,n} = y_{t,n-1} - 0,01h$$

якщо

$$N_{w,c} + N_{z,c} < N_{w,t} + N_{carb}$$

$$y_{c,n} = y_{c,n-1} + 0,01h$$

$$y_{t,n} = y_{t,n-1} + 0,01h$$

Визначаємо відстань від нейтральної лінії до металевих елементів стиску та розтягу:

$$y_{z,c,n} = y_{c,n} - y_{z,c,f}; \quad y_{carb,n} = y_{t,n} - y_{carb,f}.$$

Визначаємо відносні деформації стиску та розтягу необхідні для розрахунку:

$$u_{w,c} = \xi_i y_{c,n}; \quad u_{w,t} = \xi_i y_{t,n};$$

$$u_{z,c} = \xi_i y_{z,c,n}; \quad u_{carb,t} = \xi_i y_{carb,n}.$$

HI

$$\begin{cases} N_{w,c} + N_{z,c} \approx N_{w,t} + N_{carb} \\ \text{TAK} \end{cases}$$

ТАК

Визначаємо значення внутрішніх зусиль:

$$N_{w,c} = b \cdot y_{c,n} \int_0^{u_c} f_{w,c}(u_{w,c}) \frac{1}{u_c} du + A_{z,c} f_{z,c}(u_{z,c}) - A_{z,t} f_{z,t}(u_{z,t});$$

$$N_{w,t} = b \cdot y_{t,n} \int_0^{u_t} f_{w,t}(u_{w,t}) \frac{1}{u_t} du + A_{carb} f_{carb}(u_{carb})$$

Визначення згинального моменту, що діє в перерізі:

$$M_i = M_{w,c} + M_{w,t} + M_{z,c} + M_{z,t} = b \cdot h_{c,n}^2 \int_0^{u_c} \frac{u}{u_c} f_{w,c}(u_{w,c}) du + b \cdot h_{t,n}^2 \int_0^{u_t} \frac{u}{u_t} f_{w,t}(u_{w,t}) du + A_{z,c} f_{z,c}(u_{z,c}) y_{z,c,n} + A_{carb} f_{carb}(u_{carb}) y_{carb,n} - A_{z,t} f_{z,t}(u_{z,t}) y_{z,t,n}$$

$$\begin{cases} M_i < M_{i-1} \\ \text{TAK} \end{cases}$$

HI

$$\begin{cases} u_{w,t} < u_{w,t,0} \\ \text{TAK} \end{cases}$$

Вичерпання несучої здатності в згинальному підсиленому дерев'яному елементі

Руйнування розтягнутої зони деревини в згинальному підсиленому дерев'яному елементі

Рис. 3 Алгоритм для побудови графіку «момент-кривина» для дерев'яного елементу підсиленого арматурою та вуглецевою стрічкою

Висновки. 1. Встановлено напружено-деформований стан (НДС) дерев'яного згинального елементу підсиленого металевою арматурою та вуглецевою стрічкою.

2. Встановлено, що визначення НДС суттєво не відрізняється від визначення НДС для дерев'яного елемента підсиленого металевими елементами. Суттєва різниця полягає в наявності текучості в арматурі і тому в таких елементах необхідно враховувати досягнення межі текучості.

3. Побудовано універсальний алгоритм для визначення несучої здатності, а також графіку «момент-кривина» для згиального дерев'яного елементу з використанням армування металевими стержнями та вуглецевою стрічкою. При цьому для визначення НДС використовувались апроксимовані функції деревини, сталі та вуглецевої стрічки.

1. Сурмай М.І. Міцність та деформативність дощатоклеєних балок армованих склопластиковою та базальтовою арматурою: дис. канд. техн. наук: 05.23.01. Львів, 2015. 185 с.

Surmay M.I. (2015). Mitsnist' ta deformatyvnist' doshchatokleyenykh balok armovanykh skloplastykovoyu ta bazal'tovoyu armaturoyu: dys. kand. tekhn. nauk: 05.23.01. L'viv. 185s.

2. Sobczak-Piąstka J., Gomon S.S., Polishchuk M., Homon S., Gomon P., Karavan V. Deformability of Glued Laminated Beams with Combined Reinforcement. Buildings 2020, 10(5), 92. DOI: <https://doi.org/10.3390/buildings10050092>.

3. Gomon S., Gomon P., Homon S., Polishchuk M., Dovbenko T., Kulakovskiy L. Improving the strength of bending elements of glued wood. Procedia Structural Integrity, 2022. Volume 36. Pp. 217-222.

4. De la Rosa García P., Cobo Escamilla A., Nieves González Garcia M. Bending Reinforcement of Timber Beams with Composite Carbon Fiber and Basalt Fiber Materials. Compos. Part B Eng. 2013, 55, Pp. 528–536.

5. Wdowiak A., Brol J. Effectiveness of Reinforcing Bent Non-Uniform Pre-Stressed Glulam Beams with Basalt Fibre Reinforced Polymers Rods. Materials 2019, 12, 3141.

6. Гомон П.С. Аналіз використання металевої та неметалевої арматури для підсилення дерев'яних елементів та конструкцій. Сучасні проблеми архітектури та містобудування. Київ: КНУБА, 2022. Випуск 62. С. 322-332. DOI: <https://doi.org/10.32347/2077-3455.2022.62.322-332>.

Gomon P.S. (2022). Analiz vykorystannya metalevoyi ta nemetalevoyi armatury dlya pidsvylenya derev'yanykh elementiv ta konstruktsiy. Suchasni problemy arkhitektury ta mistobuduvannya. Kyiv: KNUBA. Vypusk 62. S. 322-332.

7. Гомон П.С. Напружене-деформований стан балок із деревини з комбінованим армуванням на різних рівнях завантажень. Сучасні технології та методи розрахунків у будівництві. Луцьк: ЛНТУ, 2022. Випуск 17. С. 23-30. DOI: [https://doi.org/10.36910/6775-2410-6208-2021-7\(17\)-03](https://doi.org/10.36910/6775-2410-6208-2021-7(17)-03).

Gomon P.S. (2022). Napruzheno-deformovanyy stan balok iz derevyny z kombinovanym armuvannym na riznykh rivnyakh zavantazhen'. Suchasni tekhnolohiyi ta metody rozrakhunkiv u budivnytstvi. Luts'k: LNTU. Vypusk 17. S. 23-30.

8. Гомон П.С. Інноваційний спосіб попереднього напруження комбіновано армованих дерев'яних балок. Містобудування та територіальне планування. Київ: КНУБА, 2022. №79. С. 77-86. DOI: 10.32347/2076-815x.2022.79.77- 86.

Gomon P.S. (2022). Innovatsiynyy sposib poperedn'oho napruzhennya kombinovano armovanykh derev'yanykh balok. Mistobuduvannya ta terytorial'ne planuvannya. Kyiv: KNUBA. №79. S. 77-86.

9. Гомон П.С., Савицький В.В., Поліщук М.В. Розрахунок напруженодеформованого стану підсилених дерев'яних балок прямокутного перерізу. Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. Рівне: НУВГП, 2021. Вип. 39. С. 221-229.

Gomon P.S., Savyts'kyy V.V., Polishchuk M.V. (2021). Rozrakhunok napruzheno-deformovanoho stanu pidsylenykh derev"yanykh balok pryamokutnoho pererizu. Resursoekonomni materialy, konstruktsiyi, budivli ta sporudy. Rivne: NUVHP. Vyp. 39. S. 221-229.

10. Бабіч В.Є., Гомон П.С., Прашур О. Шляхи підвищення жорсткості елементів з цільної та клееної деревини за поперечного згину. *Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди*. Рівне: НУВГП, 2021. Вип. 40. С. 97-104.

Babich V.YE., Homon P.S., Prashchur O. Shlyakhy pidvyshchenna zhorstnosti elementiv z tsil'noyi ta kleyenoyi derevyny za poperechnoho z·hynu. Resursoekonomni materialy, konstruktsiyi, budivli ta sporudy. Rivne: NUVHP, 2021. Vyp. 40. S. 97-104.

11. Гомон П.С. Сумісність роботи арматури та деревини в балках, які працюють за поперечного згину. *Сучасні проблеми архітектури та містобудування*. Київ: КНУБА, 2022. Випуск 63. С. 327-335.

Homon P.S. Sumisnist' roboty armatury ta derevyny v balkakh, yaki pratsyuyut' za poperechnoho z·hynu. Suchasni problemy arkhitektury ta mistobuduvannya. Kyiv: KNUBA, 2022. Vypusk 63. S. 327-335.

12. Гомон П.С. Моделювання роботи дерев'яної балки з послідовним завантаженням. *Містобудування та територіальне планування*. Київ: КНУБА, 2022. №80. С. 159-165.

Homon P.S. Modelyuvannya roboty derev"yanoyi balky z poslidovnym zavantazhennym. Mistobuduvannya ta terytorial'ne planuvannya. Kyiv: KNUBA, 2022. №80. S. 159-165.

13. Гомон П.С. Передумови для прогнозування роботи пасивно армованих згинальних дерев'яних елементів металевими матеріалами. *Містобудування та територіальне планування*. Київ: КНУБА, 2022. №81. С. 124-132.

Homon P.S. Peredumovy dlya prohnozuvannya roboty pasivno armovanykh z·hynal'nykh derev"yanykh elementiv metalevymi materialamy. Mistobuduvannya ta terytorial'ne planuvannya. Kyiv: KNUBA, 2022. №81. S. 124-132.

14. Yasniy P., Gomon S., Gomon P. On approximation of mechanical condition diagrams of coniferous and deciduous wood species on compression along the fibers. *Scientific Journal of Ternopil National Technical University*. Ternopil: TNTU, 2020. Vol. 97. No 1. P. 57–64. DOI: https://doi.org/10.33108/visnyk_tntu2020.01.