

ВПЛИВ АРМУВАННЯ НА НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАННИЙ СТАН ГНУТОКЛЕСНОЇ ДЕРЕВ'ЯНОЇ КОНСТРУКЦІЇ

INFLUENCE OF REINFORCEMENT ON THE STRESS-STRAIN STATE OF A CURVED GLUED-LAMINATED TIMBER STRUCTURE

Михайловський Д.В., д.т.н., проф., (Київський національний університет будівництва та архітектури, м. Київ), ORCID.ORG / 0000-0003-3151-8630, **Гомон П.С.**, к.т.н., доц., (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне), ORCID.ORG /0000-0002-5312-0351

Mykhalovskiy D.V., D.Sc. (Tech.), Prof.; (Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv), **Gomon P. S.**, Ph.D. (Tech.), Assoc. Prof.; (National University of Water Management and Environmental Engineering, Rivne)

Клесна деревина є одним з основних будівельних матеріалів, що використовується для створення конструкцій різних типів, зокрема згинальних елементів, таких як балки та плити перекриття. Однією з проблем є недостатня жорсткість дерев'яних згинальних елементів, що призводить до великих прогинів. Для підвищення їх жорсткості одним із рішень є армування. У роботі наведено результати чисельного моделювання армованої та неармованої гнutoклесної дерев'яної конструкції за допомогою програмного комплексу ЛРА САПР. Моделювання показало, що армування суттєво знижує напруження в деревині, що сприяє зменшенню прогинів як по вертикалі, так і по горизонталі. Виявлено, що програмний комплекс ЛРА САПР дає дещо вищі значення напружень в порівнянні з результатами моделювання з використанням деформаційної методики. Отримані результати підтверджують, що всі використані методики можуть бути застосовані для проектування та оптимізації дерев'яних конструкцій, де важливим є зменшення прогинів і підвищення довговічності елементів. В майбутньому планується розширити дослідження за допомогою цих методик для більш детального аналізу різних типів армувань та їх впливу на ефективність використання конструкцій з деревини.

Timber is widely used in construction, particularly as elements subjected to bending and combined compression with bending. One of the main disadvantages of timber structures is their insufficient stiffness under bending, which leads to significant deformations. Reinforcement of solid and glued lam timber provides an effective solution to this issue. However, current Ukrainian standards for the design of solid and glued timber structures lack guidelines for the calculation of reinforced elements, despite their proven

effectiveness in reconstruction, strengthening, and new construction projects. To validate the modeling methodology of timber deformation, a numerical analysis was conducted using the LIRA-SAPR software package, which applies the finite element method. This software enables the determination of displacements and the stress-strain state of structures using different types of finite elements. The results obtained can be used to verify the modeling process and compare it with deformation-based analytical methods, which supports the relevance of their application. The efficiency of LIRA-SAPR has also been confirmed through multiple studies and expert evaluations. The aim of the study is to improve the design process of reinforced solid and glued timber structures by numerically modeling reinforced and non-reinforced curved laminated timber elements in LIRA-SAPR and comparing the results with those from deformation-based analytical approaches. The study involved the creation of a numerical model of a curved gluelam timber structure used as a roofing element. The structural geometry, physical and mechanical properties of timber and reinforcement, and loading conditions were defined based on existing research. Modeling was conducted using volumetric finite elements with orthotropic material properties, and reinforcement was simulated through embedded bars in tension and compression zones. Results showed a significant reduction in timber stress due to reinforcement, which also led to decreased displacements in both vertical and horizontal directions. A comparative analysis of internal stresses obtained via LIRA-SAPR and those calculated using deformation methods indicated that the software tends to yield slightly higher values in timber stress, while the reinforcement stress was found to be lower in analytical calculations. Overall, the study highlights the effectiveness of reinforcing curved timber structures, particularly in areas subjected to the highest bending moments. Modeling with LIRA-SAPR enables detailed assessment of the stress-strain state, supports the adoption of rational reinforcement strategies, and helps identify zones of shear stress concentration. The results confirm the importance of using advanced finite element modeling tools for the accurate analysis and design of complex timber structures.

Ключові слова:

Деревина, клеєна деревина, армування, гнукотклеєна конструкція, чисельне моделювання, ЛІРА САПР, згинальні елементи, напруження, деформації,, напружено-деформований стан.

timber, glued timber, reinforcement, gluelam structure, numerical modeling, LIRA-SAPR, bending elements, stress, deformation, stress-strain state.

Вступ. Найчастіше деревина в будівництві використовується в якості елементів, що працюють на згин та стиск зі згином. Одним з недоліків конструкцій з деревини є недостатня жорсткість згинальних елементів, що

призводить до значних деформацій. Армування цільної та клеєної деревини дозволяє вирішити цю проблему. В нормативних документах України щодо проектування конструкцій з цільної та клеєної деревини [1-2] відсутні рекомендації по розрахунку армованих елементів, незважаючи на їх ефективність при реконструкції, підсиленні та новому будівництві. Для верифікації методики моделювання деформування дерев'яних елементів було проведено чисельне дослідження за допомогою програмного комплексу (далі – ПК) ЛІРА-САПР 2024 R2.3, що використовує метод скінченних елементів (далі – МСЕ). Програма дозволяє визначати переміщення та напружено-деформований стан (далі – НДС) конструкцій через різні види скінченних елементів (далі – СЕ). Результати можна використати для верифікації моделювання та порівняння з деформаційними методиками [3-13], що підтвердить доцільність їх застосування. Як показує практика використання ПК ЛІРА САПР може бути різнобічна з огляду на результати представлені в роботах [15-19]. Аналіз цих досліджень, відгуки авторів та проектувальників підтверджують ефективність використання ПК. Метою статті є вдосконалення процесу проектування армованих конструкцій з цільної та клеєної деревини шляхом проведення чисельного моделювання за допомогою ЛІРА-САПР армованих та не армованих гнотоклеєних дерев'яних конструкцій та порівняння результатів з деформаційною методикою [20-22].

Вихідні дані для моделювання дерев'яної гнотоклеєної конструкції. Було заплановано та проведене моделювання роботи армованої та неармованої гнотоклеєної дерев'яної конструкції з клеєної деревини. Для цього, за допомогою ПК ЛІРА САПР створено числову модель цієї конструкції, що застосовується як накриття. Висота поперечного перерізу прийнята 30 см, а ширина 15 см. Фізико-механічні характеристики деревини відповідали раніше дослідженим характеристикам: $E_{1,w} = 15100$ МПа; $E_{2,w} = E_{3,w} = 400$ МПа; $G_w = 700$ МПа; коефіцієнти Пуассона $\nu_2 = 0,018$ та $\nu_1 = 0,48$. Модуль пружності арматури $E_s = 2,05 \cdot 10^6$ МПа. Моделювання криволінійної конструкції проводилося за допомогою об'ємних СЕ №36. Жорсткість об'ємних СЕ задавались, як ортотропного матеріалу. Армування стиснутої і розтягнутої зони досліджуваної конструкції проводилось двома стержнями діаметром 20 мм. Поперечний переріз дерев'яного гнотоклеєної конструкції з армуванням та без зображено на Рис. 1. Моделювання армованого дерев'яного елемента в програмному комплексі ЛІРА САПР здійснювалось шляхом встановлення арматурних стержнів між вузлами скінченних елементів.

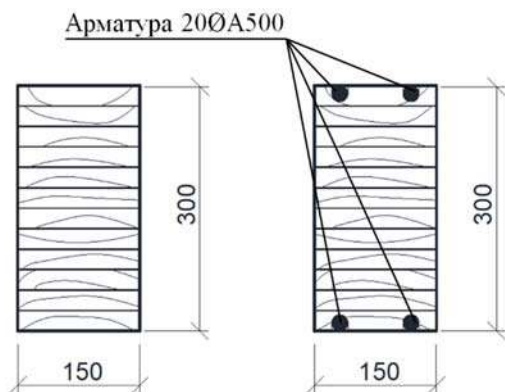


Рис. 1 Поперечний переріз досліджуваних гнутоклеєних дерев'яних конструкцій

Розрахункова схема криволінійної конструкції показана на рис. 2. Дослідження проводилося на різних рівнях рівномірно-розподіленого навантаження. Рівні навантажень в дослідженні були прийняті від 0,4 кН/м до 2 кН/м зі збільшення на кожному кроці в 0,4 кН/м.

Моделювання дерев'яної криволінійної конструкції за допомогою ПК ЛПА САПР. Змодельовану дерев'яну гнутоклеєну конструкцію було пороховано з армуванням та без армування. Отримано результати вертикальних та горизонтальних переміщень криволінійної конструкції, а також напружень деревини і армуючих матеріалів. Ізополя вертикальних і горизонтальних напружень при завантаженні в 2 кН/м зображено на рис. 3 та 4 для неармованої гнутоклеєної конструкції та на рис. 5 та 6 для армованої конструкції.

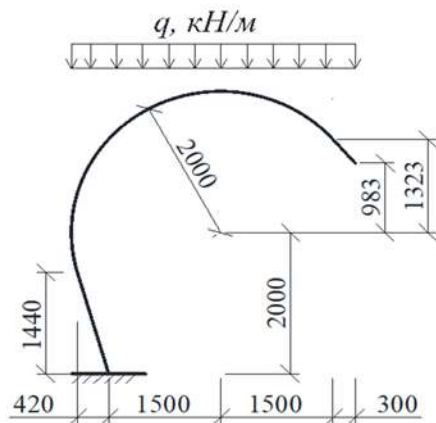


Рис. 2 Розрахункова схема криволінійної конструкції

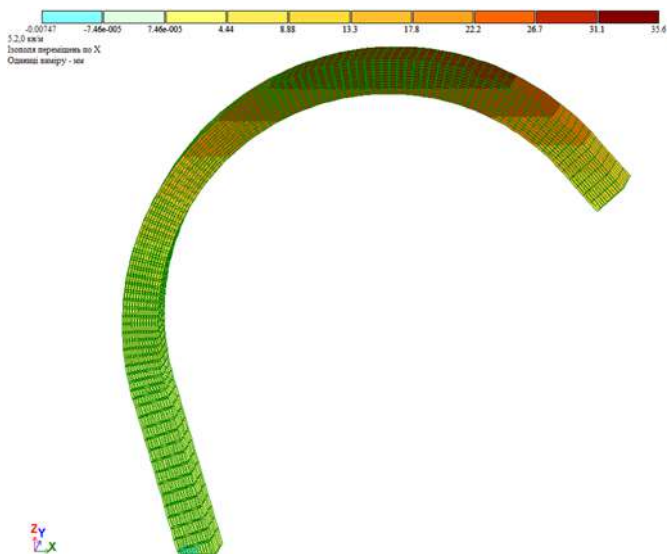


Рис. 3 Результати числового моделювання гнутоклеєної криволінійної не армованої дерев'яної конструкції. Ізополя вертикальних переміщень

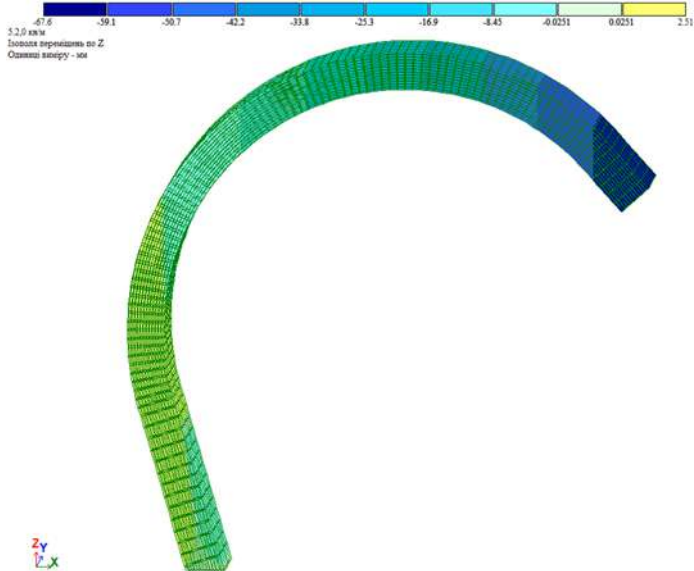


Рис. 4 Результати числового моделювання гнутоклеєної криволінійної не армованої дерев'яної конструкції. Ізополя горизонтальних переміщень

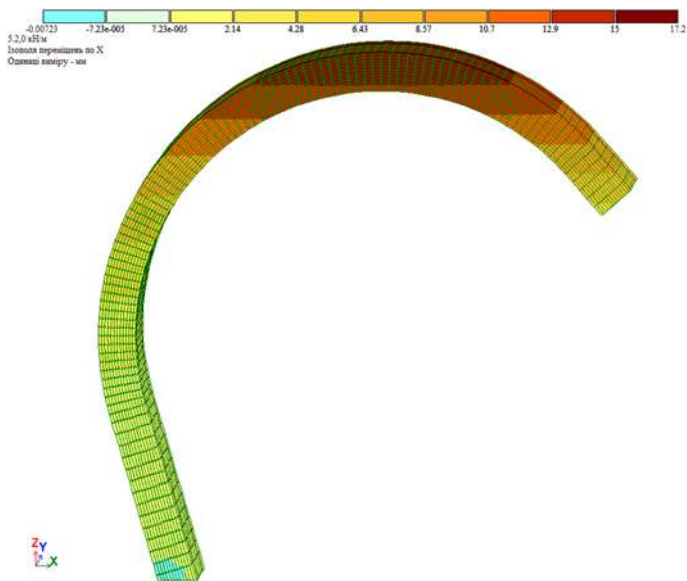


Рис. 5 Результати числового моделювання гнутоклеєної криволінійної армованої дерев'яної конструкції. Ізополі горизонтальних переміщень

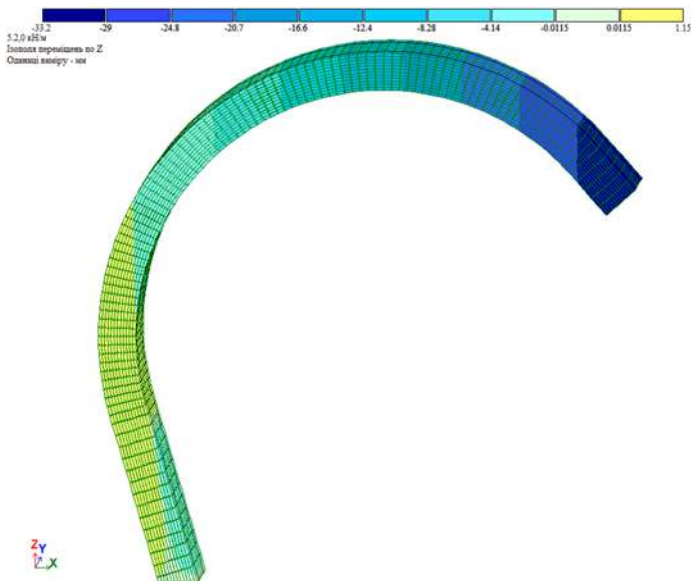


Рис. 6 Результати числового моделювання гнутоклеєної криволінійної армованої дерев'яної конструкції. Ізополі вертикальних переміщень

Ізополя повздовжніх напружень для не армованої та армованої криволінійної конструкції при завантаженні в 2 кН/м зображено відповідно на рис. 7 та 8. З отриманих результатів видно, що армування суттєво знижує напруження в деревині. Зниження напружень шляхом встановлення арматури позитивно впливає на деформації, при цьому зменшуючи їх. Порівняння внутрішніх напружень для армованої та неармованої арки додатково наведено в таблиці 1.

Таблиця 1

Порівняння результатів чисельного моделювання за допомогою ПК ЛІРА САПР неармованої та армованої гнотоклеєних криволінійних конструкцій.

Навантаження, (кН/м)	неармована конструкція		армована конструкція				Зменшення напружень деревини, %	
	Макс. напруж. стиску дерев.	Макс. напруж. розтягу дерев.	Макс. напруж. стиску дерев.	Макс. напруж. розтягу дерев.	Напруж розтяг. армат. $\sigma_{w.c,arm}$ (МПа)	Напруж стисн. армат. $\sigma_{w.l,arm}$ (МПа)		
	$\sigma_{w.c}$, (МПа)	$\sigma_{w.l}$, (МПа)	$\sigma_{w.c}$, (МПа)	$\sigma_{w.l}$, (МПа)			$\sigma_{w.c}$	$\sigma_{w.l}$
0,4	1,82	1,58	0,86	0,75	10,8	12,4	52,7	52,5
0,8	3,64	3,15	1,72	1,50	21,6	24,8	52,7	52,4
1,2	5,46	4,73	2,58	2,26	32,5	37,3	52,7	52,2
1,6	7,29	6,30	3,44	3,01	43,3	49,7	52,8	52,2
2,0	9,11	7,88	4,3	3,76	53,8	62,1	52,8	52,3

Проаналізувавши результати чисельного дослідження гнотоклеєної криволінійної дерев'яної конструкції можна дійти висновку, що армування для таких елементів, де частина є консольною, є дуже ефективним. В результаті з армуванням в 1,4% для стиснутої зони і 1,4% для розтягнутої зони максимальні напруження стиску та розтягу в деревині зменшилися на 52%, проте зменшення напружень поперек волокон є не значним. При цьому і зменшилися максимальні значення переміщення в балці по вертикальній осі з 67,6 мм до 33,2 мм, що склало зменшення на 50,9%, та по горизонтальній осі з 35,6 мм до 17,2 мм, що склало 51,7%.

Розрахунок криволінійної конструкції за деформаційними методиками. Для співставлення даних отриманих шляхом чисельного моделювання з деформаційною методикою були побудовані епюри внутрішніх зусиль, що виникають в криволінійній конструкції. Епюри внутрішніх зусиль конструкції при навантаженні в 2 кН/м показані на рис. 9.

Використовуючи рівняння рівноваги (1), для визначення напружено-деформованого стану стиснуто-зігнутого криволінійного елементу та алгоритму побудови залежності “момент-кривина”, який описаний в роботі [10] визначимо напружено-деформований стан найбільш навантаженого поперечного перерізу криволінійної конструкції.

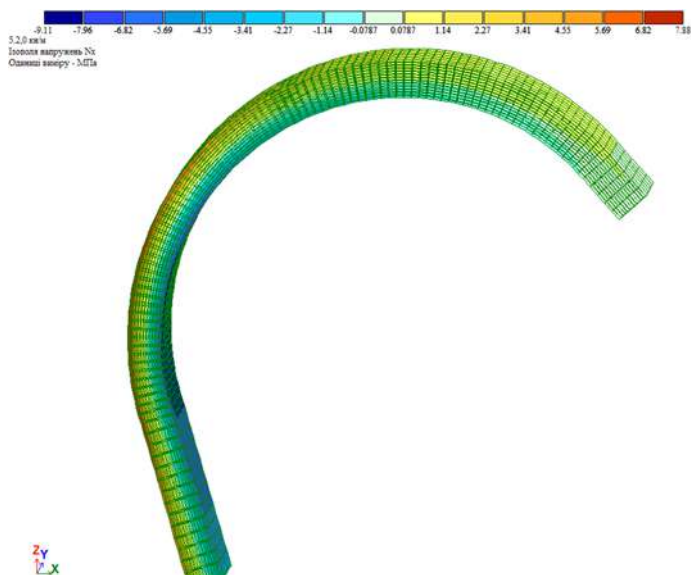


Рис. 7 Изополю повздовжніх напружень для неармованої гнуктокесної криволінійної конструкції

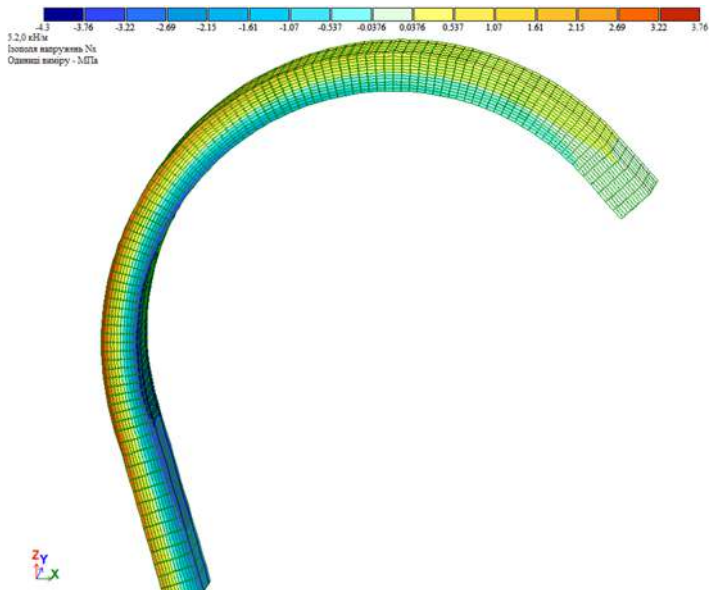


Рис. 8 Изополю повздовжніх напружень для армованої гнуктокесної криволінійної конструкції

Для розрахунку приймемо найбільш завантажений переріз конструкції та величини моменту та стискаючих зусиль при завантаженні на різних рівнях завантаження від 0,4 кН/м до 2 кН/м. Порівняння отриманих напружень в деревині та армуючих елементах за допомогою ПК ЛІРА САПР та запропонованої деформаційної методики наведено відповідно в таблицях 2 та 3.

$$\begin{cases} N_1 + N_{w,c,1} + N_{s,c,1} - N_{w,t,1} - N_{cs,t,1} = 0; \\ M_1 - M_{w,c,1} - M_{w,t,1} - M_{s,c,1} - M_{cs,t,1} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

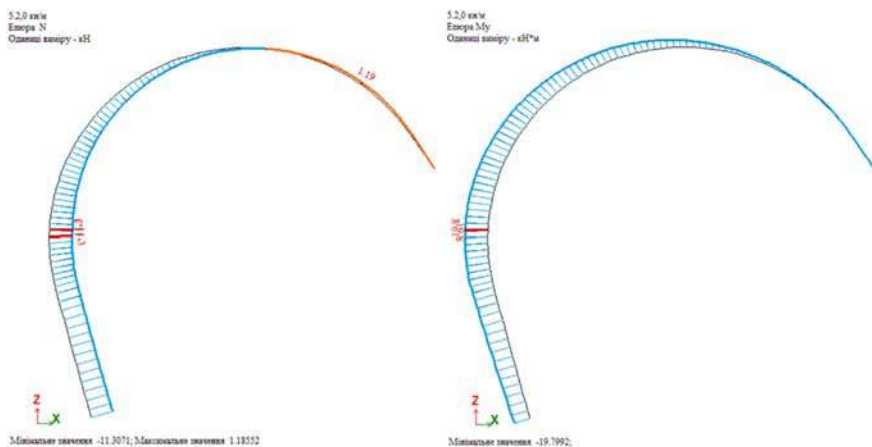


Рис. 9 Епюри внутрішніх зусиль в гнукотесній криволінійній балці при навантаженні в 10 кН/м

В результаті числового моделювання встановлено, що програмний комплекс ЛІРА САПР показує вищі значення напружень в деревині ніж деформаційна методика розрахунку. Для напружень в стиснутій зоні деревини в середньому напруження були більшими на 12,6 % а напруження розтягнутої зони на 8,86%. А у арматурних стержнях напруження менші при розрахунку за деформаційною методикою, при цьому в розтягнутій арматурі вони менші на 9,74% та в стиснутій на 4,86 %.

Таблиця 2

Порівняння максимальних напружень, що виникають в деревині армованої гнотоклеєної криволінійної конструкції отриманих за допомогою ПК ЛІРА САПР та обраховані за аналітичною методикою

№ п/п	Навант, (кН / м)	ПК ЛІРА САПР		деформаційна методика		Різниця в отриманих напруженнях деревини, %	
		Макс. напруж. стиску дерев. $\sigma_{w.c}$, (МПа)	Макс. напруж. розтягу дерев. $\sigma_{w.t}$, (МПа)	Макс. напруж. стиску дерев. $\sigma_{w.c}$, (МПа)	Макс. напруж. розтягу дерев. $\sigma_{w.t}$, (МПа)	$\sigma_{w.c}$	$\sigma_{w.t}$
1	0,4	0,86	0,75	0,79	0,69	12,79	5,33
2	0,8	1,72	1,50	1,61	1,37	12,79	7,33
3	1,2	2,58	2,26	2,46	2,06	12,40	8,85
4	1,6	3,44	3,01	3,32	2,73	12,50	10,30
5	2,0	4,3	3,76	4,23	3,43	12,56	12,50

Таблиця 3

Порівняння максимальних напружень, що виникають в арматурі криволінійної конструкції отриманий ПК ЛІРА САПР та обраховані за деформаційною методикою

№ п/п	Навант, (кН / м)	ПК ЛІРА САПР		деформаційна методика		Різниця в отриманих напруженнях, %	
		Напруж розтяг. арматури $\sigma_{w.c,arm}$, (МПа)	Напруж стисн. арматури $\sigma_{w.t,arm}$, (МПа)	Напруж розтяг. арматури $\sigma_{w.c,arm}$, (МПа)	Напруж стисн. арматури $\sigma_{w.t,arm}$, (МПа)	$\sigma_{w,arm}$	$\sigma_{w,carb}$
1	0,4	10,8	12,4	11,9	13,2	10,19	6,45
2	0,8	21,6	24,8	23,7	26,2	9,72	5,65
3	1,2	32,5	37,3	35,6	39,1	9,54	4,83
4	1,6	43,3	49,7	47,3	51,6	9,24	3,82
5	2,0	53,8	62,1	59,2	64,3	10,04	3,54

Наведені результати розрахунку гнотоклеєної криволінійної конструкції в ПК Ліра САПР дають змогу стверджувати про доцільність армування лише зони з максимальними значеннями згинальних моментів, а відповідно і напружень, з заведенням арматури на достатню величину для сприйняття згинальних моментів і меншої інтенсивності. Таким чином, моделювання в ПК Ліра САПР дозволяє більш детально проаналізувати НДС конструкції та приймати найбільш раціональні конструктивні рішення щодо армування

перерізів конструкцій з гнотоклеєної деревини. На рисунку 10 та 11 зображені дотичні напруження зрізу, що виникають поперек перерізу деревини і викликають сколювання деревини. З ізополів напружень видно, що в гнотоклеєній конструкції виникають три точки концентрації сколюючих напружень. Перша точка це верхня частина конструкції куди прикладене рівномірно-розподілене навантаження, друга точка це місце переходу криволінійної частини в прямолінійну та опора. Після армування конструкції відзначається незначне падіння сколюючих напружень в деревині. Взагалішому зменшення сколюючих напружень склало в межах 9,5% до 16,5%.

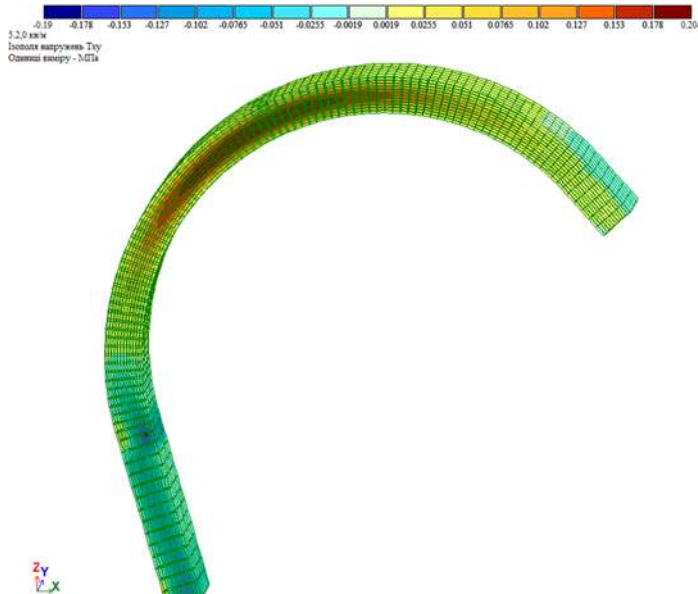


Рис. 10 Ізополі дотичних (сколюючих) напружень гнотоклеєної криволінійної дерев'яної конструкції

Аналіз НДС гнотоклеєних криволінійних конструкцій показав важливість моделювання МСЕ за допомогою сучасних програмних комплексів для визначення окремих напружень, особливо сколюючих і напружень поперек волокон та небезпечної їх концентрації, що оцінюється як складний напружений стан.

Висновки. 1. Виконане числове моделювання армованої та неармованої гнотоклеєної криволінійної дерев'яної конструкції за допомогою ПК ЛІРА САПР та деформаційною моделлю показало, що армування значно знижує напруження вздовж волокон в деревині, при цьому вплив на сколюючі напруження і напруження поперек волокон є незначними. Армування деревини сприяє зменшенню вертикальних і горизонтальних переміщень.

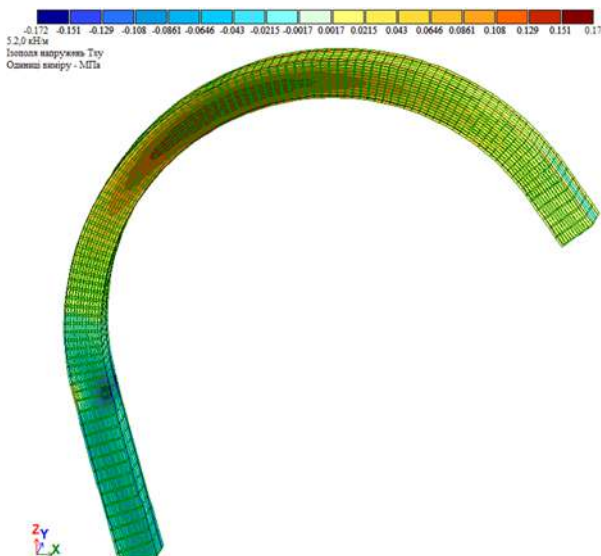


Рис. 11 Ізополя дотичних (сколюючих) напружень гнотоклесної криволінійної дерев'яної конструкції

2. Армування дерев'яних конструкцій, що працюють на згин та стиск зі згином є ефективним способом підвищення їх жорсткості, що особливо важливо для консольних елементів. Це дозволяє значно зменшити максимальні напруження та переміщення в балці.

3. Порівняння результатів числового моделювання з деформаційною методикою показало, що ПК ЛПА САПР дає вищі значення напружень в деревині порівняно з методом розрахунку за деформаціями. Однак у армованих елементах напруження в арматурі за деформаційною методикою виявилися більшими.

4. Отримані результати чисельного моделювання показали збільшення жорсткості конструкції, що є важливим для елементів з цільної та клеєної деревини.

1. ДБН В.2.6-161:2017 “Дерев'яні конструкції. Основні положення” - Київ, “Укрархбудінформ” 2017. – 111 с.

2. ДСТУ-Н Б В.2.6-184:2012 “Конструкції з цільної і клеєної деревини. Настанова з проектування” - Київ, “Укрархбудінформ” 2013. – 120с.

3. Гомон П.С., Гомон С.С., Сасовський Т.А. Розрахунок дерев'яних балок прямокутного перерізу з врахуванням утворення складок в стиснутій зоні. Ресурсоекономічні матеріали, конструкції, будівлі і споруди: Збірник наукових праць. – Рівне: НУВГП. 2016. – Вип. 32. – С. 137–142.

4. Pavluk A., Gomon S., Ziatyuk Y., Gomon P., Homon S., Kulakovskiy L., Iasnii V., Yasniv O., & Imbirovych N. Stiffness of solid wood beams under direct and oblique bending conditions. *Acta Facultatis Xvologiae Zvolen*. 2023. 65(2). 109–122.

5. Sobczak-Piastka J., Pavluk A., Pavluk A., Gomon S.S., Gomon P., Homon S., Lynnyk I. Changing the position of the neutral line of beams made of glued wood in conditions of oblique bending. *AIP Conf. Proc.* 2928, 080007, 2023.

6. Gomon S., Gomon S., Gomon P., Shkirenko S. The basis of the deformation method for calculating of elements from wood under cross-section bending. *International Journal of Engineering & Technology*. 2018. Vol. 7 (4.8). P. 109–114.
7. Гомон П.С., Полішук М.В. Напружено-деформований стан балок із деревини з комбінованим армуванням на різних рівнях завантажень. Сучасні технології та методи розрахунків у будівництві. – Луцьк: ЛНТУ, 2022. – Вип. 17. – С. 23–30.
8. Гомон П.С. Апроксимація діаграми «момент-кривина» дерев'яних армованих та неармованих балок прямокутного перерізу. Містобудування та територіальне планування. – Київ: КНУБА, 2021. – № 78. – С. 157–165.
9. Гомон П.С. Моделювання роботи дерев'яної балки з послідовним завантаженням. Містобудування та територіальне планування. – Київ: КНУБА, 2022. – № 80. – С. 159–165.
10. Гомон П. С. Визначення напружено-деформованого стану згинальних дерев'яних елементів, підсилених композитними та металевими матеріалами. Ресурсоєкономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. – Рівне: НУВГП, 2022. – Вип. 42. – С. 99–106.
11. Gomon P. Determination of tangential stresses in reinforced flexible wooden elements taking into account the nonlinearity of material deformation. *Вісник Тернопільського національного технічного університету*. – Тернопіль: ТНТУ, 2022. – Вип. 106. – С. 125–132.
12. Gomon P., Babych Ye., Polischuk M., Kvsiuk D.Y., Bandura I., Pakholiuk O., Shevchuk A. Deformability of a glued wooden beam with pre-stressed composite reinforcement. *Procedia Structural Integrity*. 2024. Vol. 59. P. 551–558.
13. Гомон П.С. Аналіз використання металевої арматури для підсилення дерев'яних елементів та конструкцій. Сучасні проблеми архітектури та містобудування. – Київ: КНУБА, 2022. – Вип. 62. – С. 322–332.
14. Барабаш М.С., Медведенко Д.В., Палієнко О.І. Програмні комплекси САПФР і ЛІРА-САПР – основа вітчизняних BIM-технологій: монографія. – Київ: Нац. авіац. вн-т, 2023. – 156 с.
15. Михайловський Д. Method of calculation of panel buildings from cross-laminated timber. Опір матеріалів і теорія споруд: науково-технічний збірник. – Київ: КНУБА, 2021. – Вип. 107. – С. 75–88.
16. Михайловський Д.В., Комав А.А. Перехресно клеєшплаті панелі та методи їх розрахунку. Будівельні конструкції. Теорія і практика: збірник наукових праць / КНУБА. – 2018. – Вип. 2. – С. 146–153.
17. Гомон С. С., Павлюк А. П. Робота балок з клеєної деревини в умовах косого згину. *Вісник Львівського національного аграрного університету: зб. наук. праць*. – Львів, 2018. – Вип. 19. – С. 84–89.
18. Mvkhavlovskvi D., Komar M. Analysis of the stress-strain state of laminated timber beams reinforced with composite tapes. *Academic Journal Industrial Machine Building, Civil Engineering*. 2022. № 2(57). P. 90–97.
19. Михайловський Д.В., Матюшенко Д.М. Методика створення розрахункової схеми гнотоклеєних рам за допомогою методу скінчених елементів. Будівельні конструкції. Теорія і практика: Збірник наукових праць / КНУБА. – 2018. – Вип. 2. – С. 99–107.
20. Михаловський Д.В., Гомон П.С. Дослідження роботи попередньо-напружених дерев'яних балок з клеєної деревини. Містобудування та територіальне планування. – Київ: КНУБА, 2024. – № 87. – С. 246–254.
21. Михайловський Д.В., Гомон П.С. Верифікація методик моделювання армованих та неармованих дерев'яних балок. Ресурсоєкономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. – Рівне: НУВГП, 2024. – Вип. 46. – С. 237–249.
22. Бабич Є.М., Гомон П.С. Експериментальні дослідження попередньо напружених комбіновано армованих балок з цільної деревини. Ресурсоєкономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. – Рівне: НУВГП, 2024. – Вип. 45. – С. 96–105.