

**ОЦІНКА НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ АРМОВАНИХ
ДЕРЕВ'ЯНИХ БАЛОК ПІДСИЛЕНИХ ДЕРЕВО-МЕТАЛЕВИМИ
ЕЛЕМЕНТАМИ**

**ASSESSMENT OF THE STRESS-STRAIN STATE OF REINFORCED
TIMBER BEAMS STRENGTHENED WITH WOOD-METAL ELEMENTS**

Гомон С.С., д.т.н., проф., ORCID.ORG/0000-0003-2080-5650, Павлюк А.П., к.т.н., доц., ORCID.ORG/0000-0003-3958-0519, Гомон П.С., к.т.н., доц., ORCID.ORG /0000-0002-5312-0351, Пугач Ю.В., аспірант, ORCID.ORG/0009-0002-2496-1159, (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

Gomon S.S., doctor of technical sciences, professor, ORCID:0000-0003-2080-5650; Pavluk A.P., candidate of technical sciences, associate professor, ORCID:0000-0003-3958-0519; Gomon P.S., candidate of technical sciences, associate professor, ORCID:0000-0002-5312-0351; Puhach Yu.V., postgraduate student, ORCID:0009-0002-2496-1159. (National University of Water and Environmental Engineering, Rivne)

У роботі наведено три варіанти напружено-деформованого стану підсиленої дощатоклеєної балки, що зазнає згину, з описанням особливостей роботи деревини та армувальних елементів у кожному випадку. Розглянуто підсилення вертикальними підсилюючими елементами, комбінацією вертикальних та горизонтальних елементів, а також вертикальними елементами з FRP-стрічкою, що дозволяє оцінити ефективність різних конструктивних схем. Подано виведення та узагальнення основних рівнянь для визначення внутрішніх напружень балки залежно від деформацій з урахуванням сумісності роботи шарів, жорсткісних характеристик та нелінійної поведінки матеріалів. Окрему увагу приділено методиці побудови діаграми «момент — кривина» для кожного варіанту підсилення, що дає змогу встановити межу пружної роботи, момент тріщиноутворення, ділянку пластичного перерозподілу та граничний стан. Показано, що така діаграма є ключовим інструментом для оцінки несучої здатності та жорсткості комбіновано армованих елементів, а також для оптимізації параметрів підсилення у проєктних розрахунках. Проведений аналіз дозволяє визначити найбільш ефективні схеми підсилення, з точки зору підвищення жорсткості та тріщиностійкості, що є важливим для проектування довговічних конструкцій. Отримані результати можуть бути використані для розробки нормативних рекомендацій та методичних підходів до підсилення дерев'яних балок у будівлях різного призначення.

The study investigates three variants of the stress–strain state of reinforced glued-laminated timber beams subjected to bending, highlighting the mechanical interaction between the timber and the reinforcing elements in each case. The reinforcement strategies considered include vertical stiffening members, a combination of vertical and horizontal reinforcement elements, and vertical members combined with FRP (fiber-reinforced polymer) strips, enabling a comprehensive assessment of the structural efficiency of different reinforcement schemes. The paper presents the derivation and generalization of fundamental equilibrium and compatibility equations for determining internal stresses as functions of deformations, accounting for layer interaction, stiffness characteristics, and the nonlinear behavior of wood and composite materials. Particular emphasis is placed on the methodology for constructing moment–curvature diagrams for each reinforcement variant, allowing identification of the elastic limit, cracking moment, plastic redistribution region, and ultimate limit state. These diagrams serve as a crucial tool for evaluating the load-bearing capacity and flexural stiffness of combined reinforced elements and for optimizing reinforcement parameters in structural design calculations. The conducted analysis enables the determination of the most effective reinforcement schemes in terms of enhancing stiffness, crack resistance, and overall structural durability, providing a scientific basis for developing regulatory guidelines and methodological approaches for the strengthening of timber beams in buildings of various functional purposes.

Ключові слова:

Клеєна деревина, згин, деформації, армування балок, напружено-деформований стан, балка з клеєної деревини

Glued-laminated timber, bending, deformations, beam reinforcement, stress–strain state, glued-laminated timber beam

Вступ. Підсилення дерев'яних конструкцій, що зазнають згину, є актуальним завданням сучасного будівництва та реконструкції, оскільки значна частина існуючого фонду споруд експлуатується понад розрахунковий термін або зазнає підвищених навантажень у зв'язку зі зміною функціонального призначення приміщень, надбудовою нових поверхів чи встановленням важкого технологічного обладнання. До елементів, що найчастіше потребують підсилення, належать балки перекриттів історичних та житлових будівель, кроквяні ноги та ригелі покрівельних систем, балки настилів складів та виробничих приміщень, а також прогони та елементи ферм. Необхідність підсилення зумовлена не лише перевищенням розрахункових навантажень, але й поступовою деградацією деревини внаслідок дії вологи, перепадів температур, грибкових уражень, біопшкоджень комахами, появи тріщин та надмірних деформацій, що знижують несучу здатність та експлуатаційну надійність конструкцій.

Серед основних методів підсилення застосовують: встановлення сталевих накладок, стрижнів або швелерних вставок; нарощування перерізу дерев'яними ламелями, склеєними з існуючим елементом; армування полімерними композиційними матеріалами (FRP-стрічками, ламелями або сітками). А також комбіновані схеми підсилення деревометалевими елементами, що передбачають одночасне застосування сталевих елементів і додаткових дерев'яних накладок для спільної роботи в одному перерізі. Такі гібридні рішення дозволяють ефективно розподіляти напруження між матеріалами та підвищувати жорсткість і тріщиностійкість без повної заміни елементів.

Застосування зазначених підсилювальних технологій дає можливість суттєво продовжити термін експлуатації конструкцій, забезпечити відповідність сучасним вимогам безпеки та економічно оптимізувати ремонтно-відновлювальні роботи без масштабного втручання в існуючу несучу систему будівлі, але рекомендацій що до розрахунку таких підсилень ні в нормах [1], ні в посібниках немає [2-3].

Для забезпечення надійності та обґрунтованості вибору технології підсилення важливо мати можливість точно оцінити напружено-деформований стан дерев'яних елементів до та після підсилення. Сучасні методи чисельного моделювання, зокрема розрахунки методом скінченних елементів (МСЕ) [4-5], дають змогу відтворювати реальну роботу конструкцій з урахуванням анізотропії деревини, наявності дефектів, контактної взаємодії підсилювальних елементів та зміни жорсткості внаслідок армування. Окрім традиційних розрахунків у пружній постановці [6-7], для більш повної оцінки несучої здатності доцільним є застосування деформаційних методик [8-12], які можуть враховувати розвиток прогинів, релаксацію напружень та перерозподіл зусиль між матеріалами в комбінованих деревометалевих чи деревополімерних елементах. Використання таких підходів дозволяє отримати більш реалістичні результати, оптимізувати підсилення за критеріями жорсткості, міцності та економічності, а також підвищити рівень достовірності проєктних рішень.

Основна частина. Для згинальних дерев'яних конструкцій розрахунки підсилення можна виконати також із врахуванням відносних деформацій. Для цього необхідно розглянути поперечний переріз дерев'яної конструкції та встановити НДС, при якому відбувається підсилення. Для прикладу наведемо НДС для простої дерев'яної балки, що зазнає згину. Для такої балки, що навантажена експлуатаційним навантаженням, напруження в стиснутій та розтягнутій зоні мають майже прямолінійну залежність. На експлуатаційних рівнях нейтральна лінія не значно зміщена до розтягнутої зони. При цьому максимальні напруження в крайніх стиснутих і розтягнутих волокнах майже не відрізняються, проте для встановлення дійсного НДС ми врахуємо їх різницю. Для опису деформування будемо використовувати уже відомі залежності (1-7).

Для описання характеристик деревини були використані функціональні залежності напружень від деформації для розтягу (1) та стиску (2).

$$\sigma_{w,t} = E_{w,t} u_{w,t}; \quad (1)$$

$$\sigma_{w,c} = k_1 u_{w,c} + k_2 u_{w,c}^2; \quad (2)$$

де $\sigma_{w,t}$, $\sigma_{w,c}$ - напруження в деревині підсиленої конструкції; $E_{w,t}$ - модуль пружності деревини при розтягу; $u_{w,c}$, $u_{w,t}$ - відносні деформації в деревині при стиску та розтягу; k_1 , k_2 - коефіцієнти залежності напружень від деформацій при стиску.

Змішане підсилення виконується за допомогою деревини з армуванням, тому фізико-механічні характеристики деревини будуть різними з характеристиками деревини конструкції. Описання характеристик підсилюючої деревини на розтяг та стиск можна записати залежностями (3) та (4).

$$\sigma_{w,t,r} = E_{w,t,r} u_{w,t,r}; \quad (3)$$

$$\sigma_{w,c,r} = k_{1,r} u_{w,c,r} + k_{2,r} u_{w,c,r}^2; \quad (4)$$

де $\sigma_{w,t,r}$, $\sigma_{w,c,r}$, $u_{w,c,r}$, $u_{w,t,r}$, $k_{1,r}$, $k_{2,r}$ - ті ж фізико-механічні характеристики деревини, проте визначені для деревини підсилення.

Для описання фізико-механічних характеристик армуючих матеріалів були прийняті такі залежності: металева арматура – розтяг (5), стиск (6); вуглецева стрічка – (7):

$$\sigma_{s,t,r} = E_{s,t,r} u_{s,t,r}; \quad (5)$$

$$\sigma_{s,c,r} = E_{s,c,r} u_{s,c,r}; \quad (6)$$

$$\sigma_{c,t,r} = E_{c,t,r} u_{c,t,r}; \quad (7)$$

де $\sigma_{s,t,r}$, $\sigma_{s,c,r}$, $\sigma_{c,t,r}$ - напруження в армуючому матеріалі при розтягу, стиску та у вуглецевій стрічці; $E_{s,t,r}$, $E_{s,c,r}$, $E_{c,t,r}$ - модуль пружності армуючого матеріалу при розтягу, стиску та у вуглецевій стрічці; $u_{s,t,r}$, $u_{s,c,r}$, $u_{c,t,r}$ - відносні деформації в армуючому матеріалі при розтягу, стиску та у вуглецевій стрічці.

З урахуванням припущень побудуємо НДС для прямокутної балки (рис. 1), яка зазнає згину.

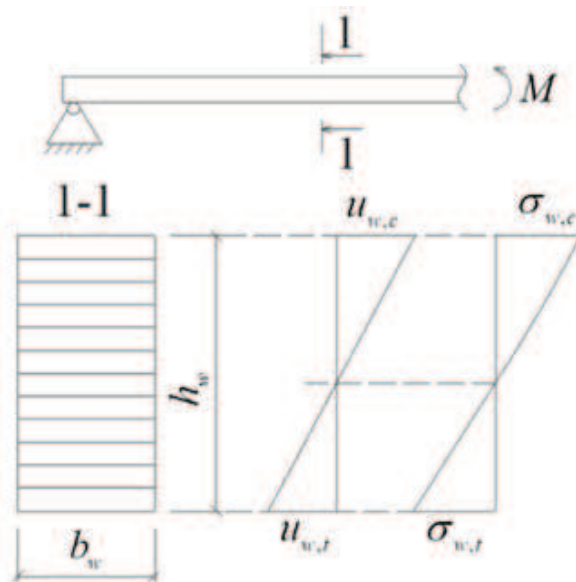


Рис. 1. Напружено-деформований стан згинального елемента

Для визначення вихідних параметрів такого підсилення варто визначити основні характеристики, в якому знаходиться поперечний переріз при згинальному моменті $M_{w,sv}$. До основних характеристик, які необхідно визначити, належать крайові відносні деформації, положення нейтральної лінії, а також напруження в крайніх волокнах деревини. Саме за цими параметрами буде відбуватись підсилення в даному перерізі. Враховуючи те, що згинаючий момент в поперечному перерізі є змінним по довжині балки, її підсилення буде цим ускладнюватись. Тому для врахування зміни згинального моменту варто скористатися діаграмою момент-кривина. У випадку, коли балка має незмінну форму поперечного перерізу, діаграму можна застосовувати для визначення відносних деформацій по всій довжині балки. При цьому зміщенням нейтральної лінії можна знехтувати при невеликих рівнях навантаження, тобто при визначенні відносних деформацій слід приймати положення нейтральної лінії по центру балки, як для пружного матеріалу. Зобразимо діаграму момент-кривина для даного згинального елемента (рис.2).

З діаграми ми можемо отримати не тільки кривину для згинального елемента на кожному рівні згинального моменту, а також визначити крайові відносні деформації стиску та розтягу. Рівняння для яких будуть рівними (8) та (9).

Для варіанта (а) підсилення відбувається вертикальними підсилюючими елементами, для варіанта (б) з використанням горизонтальних та вертикальних елементів. НДС для балки з підсиленням варіант а зображено на рис. 3, варіант б – на рис. 4 та варіант в – на рис. 5.

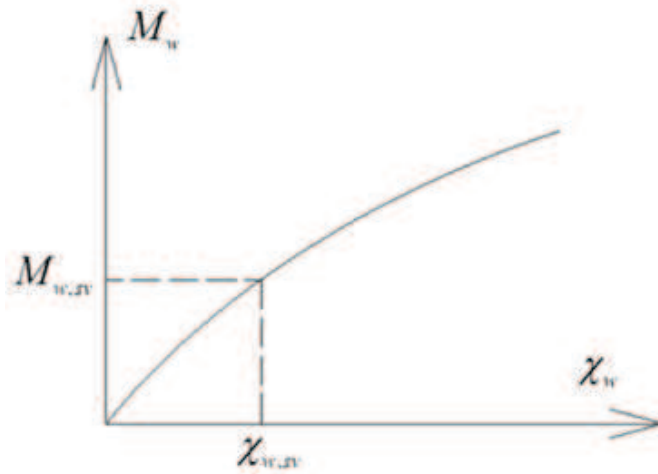


Рис. 2. Діаграма момент-кривина для балки

$$u_{w,t} = \chi_w h_{w,t} = \chi_w h_w / 2 \quad (8)$$

$$u_{w,c} = \chi_w h_{w,c} = \chi_w h_w / 2 \quad (9)$$

де χ_w - кривина при діючому згинальному моменті M_w ; $h_{w,t}$, $h_{w,c}$ - висота стиснутої та розтягнутої зони (на невеликих експлуатаційних рівнях рівна $h_w/2$).

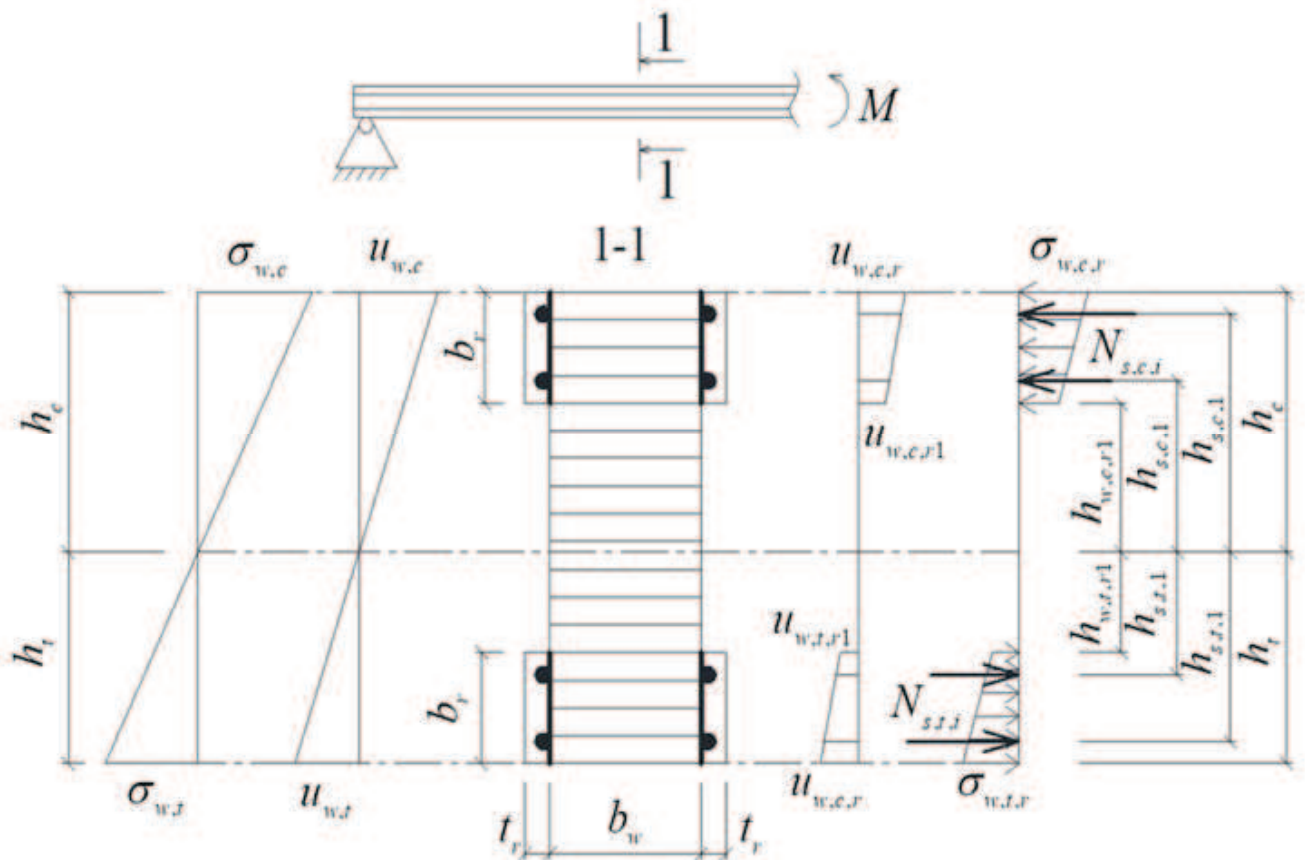


Рис. 3. НДС підсиленої конструкції дощатоклеєної балки за допомогою горизонтальних підсилюючих елементів

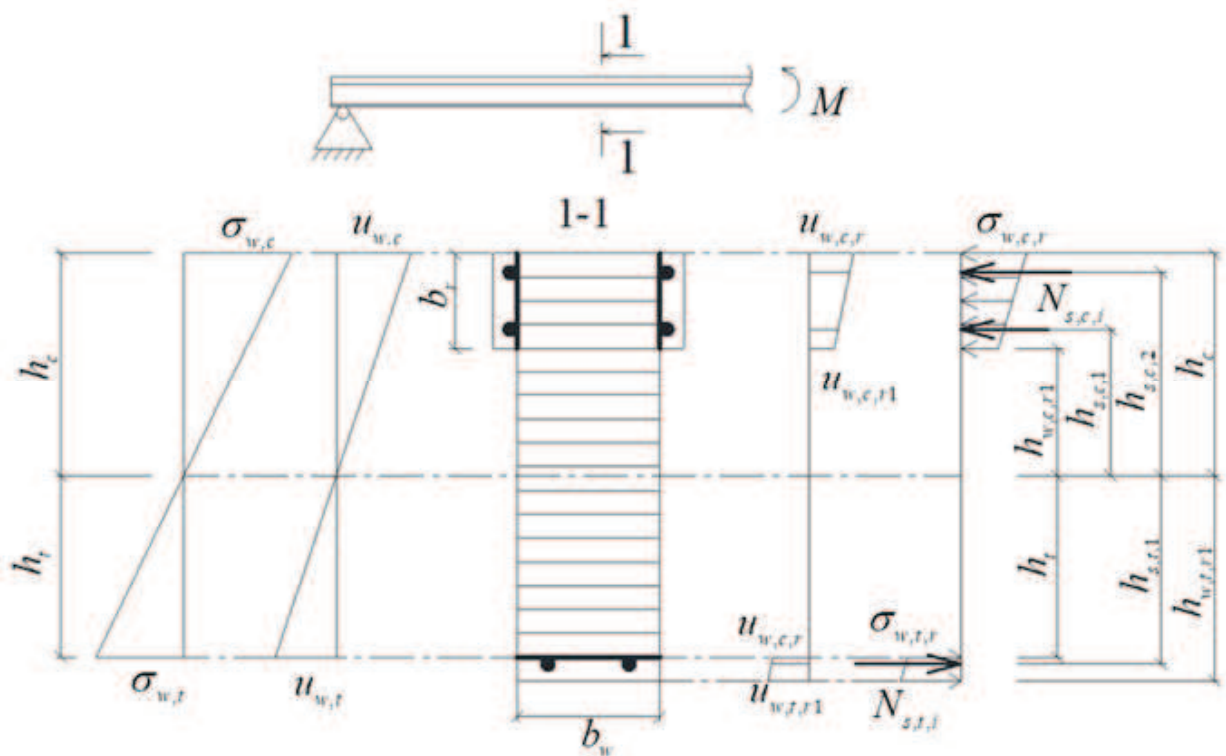


Рис. 4. НДС підсиленої конструкції дощатоклеєної балки за допомогою горизонтальних та вертикальних підсилюючих елементів

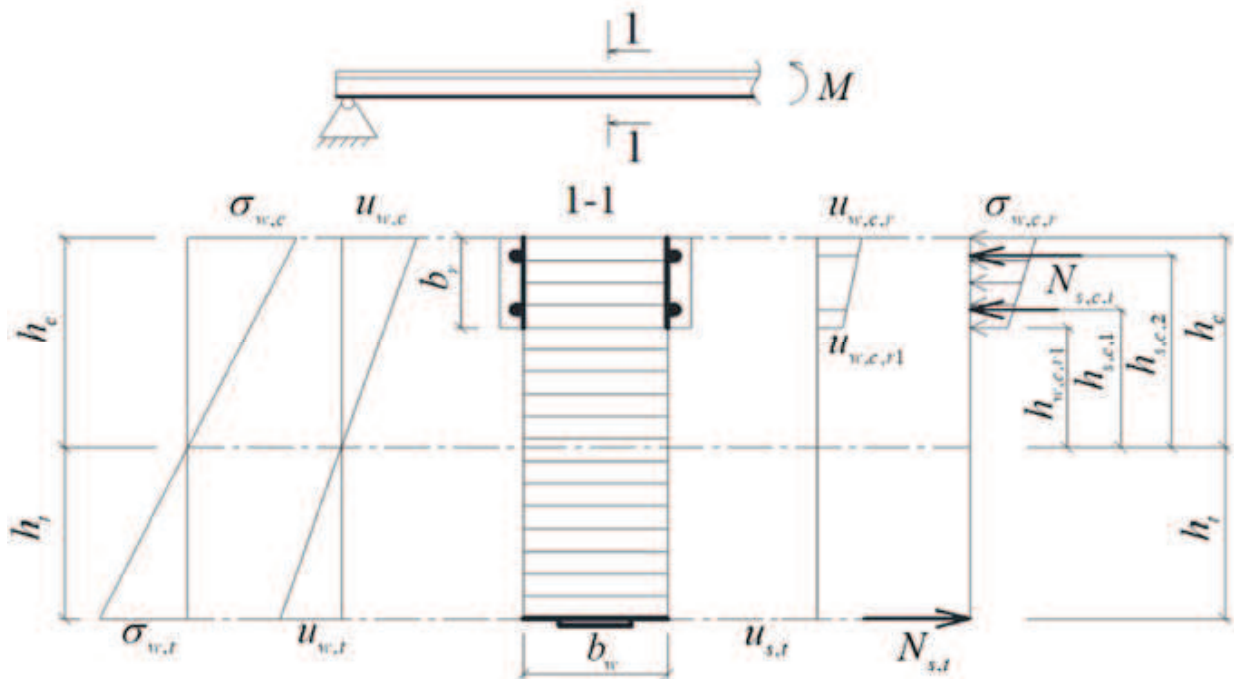


Рис. 5. НДС підсиленої конструкції дощатоклеєної балки за допомогою горизонтальних підсилюючих елементів та вуглецевої стрічки

Відносні деформації для визначення напружень для елементів можна визначити за допомогою формул :

$$u_{w,c,r} = (\chi_w - \chi_{w,sv}) h_c \quad (10)$$

$$u_{w,c,r1} = (\chi_w - \chi_{w,sv}) h_{w,c,r1} \quad (11)$$

$$u_{s,c,i} = (\chi_w - \chi_{w,sv}) h_{s,c,i} \quad (12)$$

$$u_{w,t,r} = (\chi_w - \chi_{w,sv}) h_t \quad (13)$$

$$u_{w,t,r1} = (\chi_w - \chi_{w,sv}) h_{w,t,r1} \quad (14)$$

$$u_{s,t,i} = (\chi_w - \chi_{w,sv}) h_{s,t,i} \quad (15)$$

$$u_{s,t} = (\chi_w - \chi_{w,sv}) h_{s,t} \quad (16)$$

де $u_{w,c,r}$, $u_{w,c,r1}$ - крайові відносні деформації для верхніх підсилюючих елементів; $h_{w,c,r1}$ - відстань від нейтральної лінії до краю верхнього підсилюючого елементу; $u_{s,c,i}$, $u_{s,t,i}$ - відносні деформації стиснутих та розтягнутих армуючих елементів; $u_{w,t,r}$, $u_{w,t,r1}$ - крайові відносні деформації нижніх підсилюючих елементів; $h_{w,e,r1}$ - відстань від нейтральної лінії до краю нижнього підсилюючого елементу.

Основними рівняннями рівноваги для плоского поперечного перерізу даних варіантів балок буде (17).

$$\begin{cases} \sum N = 0; \\ \sum M_{н..л.} = 0. \end{cases} \quad (17)$$

де N - внутрішні зусилля, що виникають в поперечному перерізі від дії згинального моменту; $M_{н..л.}$ - згинальні моменти, що діють в поперечному перерізі відносно нейтральної лінії.

Зусилля, що виникають в поперечному перерізі балки, можна розподілити на зусилля і моменти в деревині та зусилля і моменти в підсиленних елементах. Внутрішні зусилля і моменти в підсилюючих елементах можна також розділити на зусилля в деревині та підсилюючих матеріалах. Зважаючи на те, що врахування роботи матеріалів на стиск і розтяг мають різні діаграми деформування, також варто розділити розтягуючі та стискаючі зусилля. Напруження стиску та розтягу в деревині конструкції, яка підсилюється будуть рівними (18) та (19), відповідно згинальні моменти (20) та (21).

$$N_{w,c} = b_w h_c \left(\frac{k_1 u_{w,c}}{2} + \frac{k_2 u_{w,c}^2}{3} \right) \quad (18)$$

$$N_{w,t} = 0,5 b_w h_t E_{w,t} u_{w,t} \quad (19)$$

$$M_{w,c} = b_w h_c^2 \left(\frac{k_1 u_{w,c}}{3} + \frac{k_2 u_{w,c}^2}{4} \right) \quad (20)$$

$$M_{w,t} = \frac{1}{3} b_w h_t E_{w,t} u_{w,t} \quad (21)$$

де $N_{w,c}$, $N_{w,t}$ - внутрішні напруження стиску в деревині конструкції що підсилюється; $M_{w,c}$, $M_{w,t}$ - внутрішній згинальний момент, що сприймає стиснута та розтягнута частини дерев'яної конструкції.

Внутрішні зусилля в деревині підсилюючих елементів, можна визначити за формулами (22) та (23), відповідно для стиснутих та розтягнутих елементів.

$$N_{w,c,r} = t_r h_c \left(\frac{k_{1,r} u_{w,c,r}}{2} + \frac{k_{2,r} u_{w,r}^2}{3} \right) - t_r (h_c - b_r) \left(\frac{k_{1,r} u_{w,c,r1}}{2} + \frac{k_{2,r} u_{w,c,r1}^2}{3} \right) \quad (22)$$

$$N_{w,t,r} = 0,5 t_r h_t E_{w,t,r} u_{w,t,r} - 0,5 t_r (h_t - b_r) E_{w,t,r} u_{w,t,r1} \quad (23)$$

Згинальний момент в стиснутій та розтягнутій деревині підсилюючих елементів рівні (24) та (25).

$$M_{w,c,r} = t_r h_c^2 \left(\frac{k_{1,r} u_{w,c,r}}{3} + \frac{k_{2,r} u_{w,r}^2}{4} \right) - t_r (h_c - b_r)^2 \left(\frac{k_{1,r} u_{w,c,r1}}{3} + \frac{k_{2,r} u_{w,c,r1}^2}{4} \right) \quad (24)$$

$$M_{w,t} = \frac{1}{3} t_r h_t E_{w,t,r} u_{w,t,r} - \frac{1}{3} t_r (h_t - b_r) E_{w,t,r} u_{w,t,r1} \quad (25)$$

Внутрішні зусилля стиску і розтягу в армуючих матеріалах підсилюючих елементів будуть рівними (26) та (27), при цьому згинальні моменти для них рівні (28) та (29).

$$N_{s,c,r,i} = E_{s,c,r} u_{s,c,r,i} A_{s,c} \quad (26)$$

$$N_{s,t,r,i} = E_{s,t,r} u_{s,t,r,i} A_{s,t} \quad (27)$$

$$M_{s,c,r,i} = h_{s,c,i} E_{s,c,r} u_{s,c,r,i} A_{s,c} \quad (28)$$

$$M_{s,t,r,i} = h_{s,t,i} E_{s,t,r} u_{s,t,r,i} A_{s,t} \quad (29)$$

Для вуглецевої стрічки згинальний момент та внутрішні зусилля розтягу можна визначити відповідно за формулами (30) та (31).

$$N_{c,t,r} = E_{c,t,r} u_{s,t} A_{c,t} \quad (30)$$

$$M_{c,t,r} = h_{c,t} E_{c,t,r} u_{s,t,r} A_{c,t} \quad (31)$$

Зведемо до трьох систем рівноваги для кожного варіанту підсилення балок. Варіант *a* - система (32), варіант *б* - система (33); варіант *в* - система (34).

$$\begin{cases} N_{w,c} - N_{w,t} + 2N_{w,c,r} - 2N_{w,t,r} + \sum_{i=1}^n N_{s,c,r,i} - \sum_{i=1}^k N_{s,t,r,i} = 0; \\ M_{w,c} - M_{w,t} + 2M_{w,c,r} - 2M_{w,t,r} + \sum_{i=1}^n M_{s,c,r,i} - \sum_{i=1}^k M_{s,t,r,i} = M. \end{cases} \quad (32)$$

$$\begin{cases} N_{w,c} - N_{w,t} + 2N_{w,c,r} - N_{w,t,r} + \sum_{i=1}^n N_{s,c,r,i} - \sum_{i=1}^k N_{s,t,r,i} = 0; \\ M_{w,c} - M_{w,t} + 2M_{w,c,r} - M_{w,t,r} + \sum_{i=1}^n M_{s,c,r,i} - \sum_{i=1}^k M_{s,t,r,i} = M. \end{cases} \quad (33)$$

$$\begin{cases} N_{w,c} - N_{w,t} + 2N_{w,c,r} + \sum_{i=1}^n N_{s,c,r,i} - N_{c,t,r} = 0; \\ M_{w,c} - M_{w,t} + 2M_{w,c,r} + \sum_{i=1}^n M_{s,c,r,i} - M_{c,t,r} = M. \end{cases} \quad (34)$$

Побудова графіків момент-кривина є невід’ємною частиною деформаційного методу. Для побудови графіку момент-кривина використаємо підхід зі встановленням положення нейтральної лінії. Суть підходу полягає у визначенні висоти стиснутої зони шляхом ітерації. Початковим етапом для ітерації є центральне положення нейтральної лінії в перерізі. Після виконання розрахунків внутрішніх зусиль в поперечному перерізі конструкції визначаємо суму цих зусиль. При умові, що сума внутрішніх зусиль близька нулю відбувається рівновага, в якій і знаходиться переріз. В іншому випадку, коли сума не рівна нулю коригуємо положення нейтральної лінії поперечного перерізу. У випадку, коли сума внутрішніх зусиль більше нуля, це означає, що переважають внутрішні зусилля стиску і нейтральну лінію варто перемістити вгору для зменшення зони стиску. У випадку, коли переважають внутрішні зусилля розтягу нейтральну лінію потрібно перемістити до зони розтягу. Всі ітерації відбуваються до моменту, коли не настане внутрішня рівновага, сума внутрішніх зусиль буде рівна нулю.

Підхід визначення НДС поперечного перерізу не достатній, щоб побудувати весь графік момент-кривина. Для побудови графіка потрібно визначити також залежність моменту від кривини на всьому діапазоні роботи поперечного перерізу. Тому для виконання побудови потрібно задаватися кривиною, і в результаті, будемо отримувати згинальний момент. Перебіг побудови графіку момент-кривина можна описати алгоритмом (рис. 6).

Отриманий графік момент кривина для поперечного перерізу підсиленої дерев’яної конструкції, що працює на згин наведений на рис. 7. Графік складається з двох частин. Перша частина графіка описує роботу деревини до підсилення. Після підсилення графік має злам, при якому змінюється жорсткість балки, при цьому момент, що сприймає поперечний переріз за тої самої кривини збільшується. З урахуванням даного графіку, можна провести розрахунки міцності поперечного перерізу, а також визначити загальний прогин конструкції.



Рис. 6. Алгоритм побудови графіку момент-кривина для підсиленої дерев'яної конструкції, що працює на згин

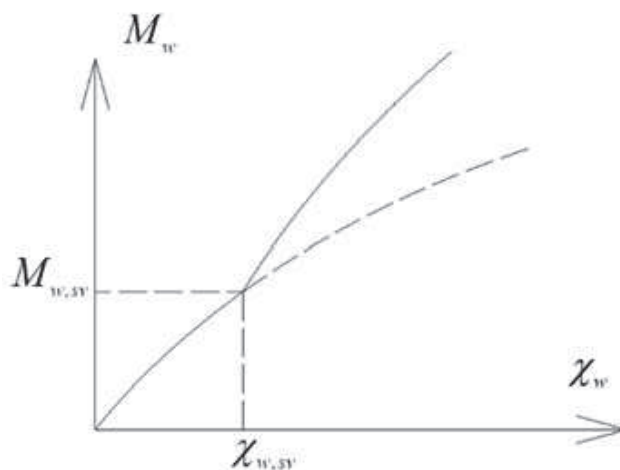


Рис 7. Діаграма момент-кривина для підсиленої балки

Висновки. 1. Застосування деформаційної методики дозволяє аналізувати напружено-деформований стан згинальних елементів, враховуючи реальний розподіл деформацій і напружень, що забезпечує обґрунтованість проєктних рішень та ефективність підсилення;

2. Побудова діаграми «момент — кривина» є необхідною для точного визначення роботи балки, оскільки вона дозволяє оцінити пружні та пластичні зони, розподіл напружень і деформацій, а також передбачити момент тріщиноутворення та граничний стан конструкції, забезпечуючи більш достовірну оцінку несучої здатності елемента;

3. Використання різних схем підсилення (вертикальних елементів, комбінації вертикальних і горизонтальних елементів, вертикальних елементів з FRP-стрічками) дозволяє суттєво підвищити жорсткість та несучу здатність дощатоклеєних балок.

1. ДБН В.2.6-161:2017. Конструкції будинків і споруд. Дерев'яні конструкції. Основні положення. К.: Мінрегіон України, 2017. 111 с.

DBN V.2.6-161:2017. Konstruktsiyi budynkiv i sporud. Derev'yani konstruktsiyi. Osnovni polozhennya. K.: Minrehion Ukrayiny, 2017. 111 s.

2. Погореляк А.П., Романюк В.В., Чернолоз В.С., Погореляк О.А. Конструкції з деревини і пластмас. – Рівне: РДТУ, 2001.- 392 с.

Pohorelyak A.P., Romanyuk V.V., Chornoloz V.S., Pohorelyak O.A. Konstruktsiyi z derevyny i plastmas. – Rivne: RDTU, 2001.- 392 s.

3. Гомон С.С. Конструкції із дерева та пластмас: навчальний посібник. Рівне. НУВГП. 2016. 219 с.

Gomon S.S. Konstruktsiyi iz dereva ta plastmas: navchal'nyy posibnyk. Rivne. NUVHP. 2016. 219 s.

4. Михайловський Д.В., Комар М.А., Гомон П.С. Чисельне моделювання роботи комбіновано армованої дерев'яної балки за допомогою плоских скінченних елементів. Сучасні будівельні конструкції з металу та деревини. Одеса: ОДАБА, 2025. Вип. № 29. С. 130-141.

Mykhailovskyi D.V., Komar M.A., Homon P.S. Chyselne modeliuvannia roboty kombinovano armovanoi derev'ianoї balky za dopomohoiu ploskykh skinchennykh elementiv. Suchasni budivelni konstruktsii z metalu ta derevyny. Odesa: ODABA, 2025. Vyp. № 29. S. 130–141.

5. Михайловський Д.В., М.А. Комар, П.С. Гомон. Чисельне моделювання деформування армованих дерев'яних балок з цільної та клеєної деревини. Сучасні технології та методи розрахунків у будівництві. Луцьк: ЛНТУ, Випуск 23, 2025, С. 155-170.

Mykhailovskyi D.V., Komar M.A., Homon P.S. Chyselne modeliuvannia deformuvannia armovanykh derev'ianykh balok z tsil'noi ta kleienoї derevyny. Suchasni tekhnolohii ta metody rozrakhunkiv u budivnytstvi. Lutsk: LNTU, Vyp. 23, 2025, S. 155–170.

6. Denys Mykhailovskyi, Oleg Komar, Mykola Komar Engineering method of calculating laminated timber elements reinforced with composite tapes / Опір матеріалів і теорія споруд / Strength of Materials and Theory of Structures: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 109. – С. 239-262.

7. D.V. Mykhailovskyi, M.A. Komar Definition of the stress-strain state of a glued laminated timber beam reinforced with composite strips using experimental method / Strength

of Materials and Theory of Structures: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2024. – Вип. 112. – С. 43-51. DOI: 10.32347/2410-2547.2024.112.43-51

8. Гомон П.С. Визначення напружено-деформованого стану згинальних дерев'яних елементів підсилених композитними та металевими матеріалами. Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. Рівне: НУВГП, 2022. Вип. 42. С. 99-106.

Homon P.S. Vyznachennia napruzhenno-deformovanoho stanu zghynalnykh derevianykh elementiv pidsylenykh kompozytnymy ta metalevymy materialamy. Resursoekonomni materialy, konstruktsii, budivli ta sporudy. Rivne: NUVHP, 2022. Vyp. 42. S. 99-106.

9. Гомон П.С. Моделювання роботи поперечних перерізів дерев'яних елементів за різних варіантів та відсотків армування. Сучасні проблеми архітектури та містобудування. Київ: КНУБА, 2022. Вип. 64. С. 334-342.

Homon P.S. Modeliuvannia roboty poperechnykh pereriziv derevianykh elementiv za riznykh variantiv ta vidsoktiv armuvannia. Suchasni problemy arkhitektury ta mistobuduvannia. Kyiv: KNUBA, 2022. Vyp. 64. S. 334-342.

10. Гомон П.С. Моделювання роботи дерев'яної балки з послідовним завантаженням. Містобудування та територіальне планування. Київ: КНУБА, 2022. №80. С. 159-165.

Homon P.S. Modeliuvannia roboty derevianoï balky z poslidovnym zavantazhenniam. Mistobuduvannia ta terytorialne planuvannia. Kyiv: KNUBA, 2022. №80. S. 159-165.

11. Гомон П.С., Поліщук М.В. Напружено-деформований стан балок із деревини з комбінованим армуванням на різних рівнях завантажень. Сучасні технології та методи розрахунків у будівництві. Луцьк: ЛНТУ, 2022. Вип. 17. С. 23-30.

Homon P.S., Polishchuk M.V. Napruzhenno-deformovanyi stan balok iz derevyny z kombinovany armuvanniam na riznykh rivniakh zavantazhen. Suchasni tekhnolohii ta metody rozrakhunkiv u budivnytstvi. Luts'k: LNTU, 2022. Vyp. 17. S. 23-30.

12. Гомон П.С. Особливості побудови діаграми “момент-кривина” підсилених балок з деревини прямокутного перерізу. Вісник Національного університету водного господарства та природокористування. Серія «Технічні науки». Рівне: НУВГП, 2021. Вип. 3(95). С. 128-138.

Homon P.S. Osoblyvosti pobudovy diahramy «moment-kryvyna» pidsylenykh balok z derevyny priamokutnoho pererizu. Visnyk Natsionalnoho universytetu vodnoho hospodarstva ta pryrodokorystuvannia. Seriia «Tekhnichni nauky». Rivne: NUVHP, 2021. Vyp. 3(95). S. 128-138.

13. Гомон П.С., Савицький В.В., Поліщук М.В. Розрахунок напружено-деформованого стану підсилених дерев'яних балок прямокутного перерізу. Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. Рівне: НУВГП, 2021. Вип. 39. С. 221-229.

Homon P.S., Savytskyi V.V., Polishchuk M.V. Rozrakhunok napruzhenno-deformovanoho stanu pidsylenykh derevianykh balok priamokutnoho pererizu. Resursoekonomni materialy, konstruktsii, budivli ta sporudy. Rivne: NUVHP, 2021. Vyp. 39. S. 221-229.

14. Поліщук М. В. Напружено-деформований стан згинальних елементів з клеєної деревини з комбінованим армуванням: дис. ... д-ра філософії – 192 Будівництво та цивільна інженерія. Рівне, 2023. 168с.

Polishchuk M. V. Napruzhenno-deformovanyy stan z'hynal'nykh elementiv z kleyenoyi derevyny z kombinovany armuvannyam: dys. ... d-ra filosofiyi – 192 Budivnytstvo ta tsyvil'na inzheneriya. Rivne, 2023. 168s.